

**Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего образования
«Московский государственный технический университет имени Н.Э. Баумана
(национальный исследовательский университет)»
(МГТУ им. Н.Э. Баумана)**

**ТЕОРЕТИЧЕСКИЙ ЭТАП КОНКУРСА
ПРЕДПРОФЕССИОНАЛЬНЫХ УМЕНИЙ
«Предпрофессиональная мастерская инженерного и информационно-
технологического профилей»
в номинации «Инженерный класс»**

Авторы:

Буркова Е.Г., Кравцов А.В., Леонов В.В.

Москва – 2021

Регламент и структура теоретической части ШЭ



Время выполнения: **90 минут**

(с двумя автоматическими паузами по **5 минут**)

Часть 1

Текст (естественные и точные науки)

3 задания;

Часть 2 (математика, физика, информатика)

6 заданий на выбор, из них

4 задания обязательны.

Часть 3 (специальные знания)

6 заданий на выбор, из них

4 задания обязательны.



Максимальный первичный балл за работу - 20

Часть 1 (максимальный балл 4):

задание 1 – 2 балла, 1 балл (если не совпадает один символ)

задание 2 – 1 балл,

задание 3 – 1 балл.

Часть 2 (максимальный балл 8):

за каждое задание - 2 балла

Часть 3 (максимальный балл 8):

за каждое задание - 2 балла



Прочитайте текст и выполните задания 1-3.

Определение ускорения свободного падения с помощью машины Атвуда

Определение величины ускорения свободного падения (и, соответственно, силы тяжести) имеет важное теоретическое и прикладное значение в геофизике, геодезии, геологии, космонавтике и является основой науки, называемой гравиметрия. По измерениям g в различных точках определяется фигура Земли (геоида) и распределение масс в её недрах, а данные о различных аномалиях (отклонениях силы тяжести от нормальной, определяемой геометрическими характеристиками геоида) служат для поиска и разведки месторождений полезных ископаемых.

Приборы для измерения силы тяжести и соответствующего ускорения свободного падения называются гравиметрами. Их разделяют на статические и динамические. Статические гравиметры основаны на уравновешивании силы тяжести упругой силой. Динамические гравиметры подразделяются на струнные, маятниковые и баллистические. Рассмотрим метод определения ускорения свободного падения с использованием машины Атвуда.

Часть 1. Текст



Эскиз машины Атвуда показан на рис. 1. Два одинаковых груза с массами M соединены нитью, перекинутой через неподвижный блок. Если на один из грузов положить перегрузок массой Δm (в виде шайбы), то система приходит в ускоренное движение. Каждый из грузов натягивает участок нити, который действует на соответствующий груз с силой натяжения T_1 или T_2 , а на блок – с силами T'_1 и T'_2 . Таким образом, на каждый груз действует сила тяжести и сила натяжения нити.

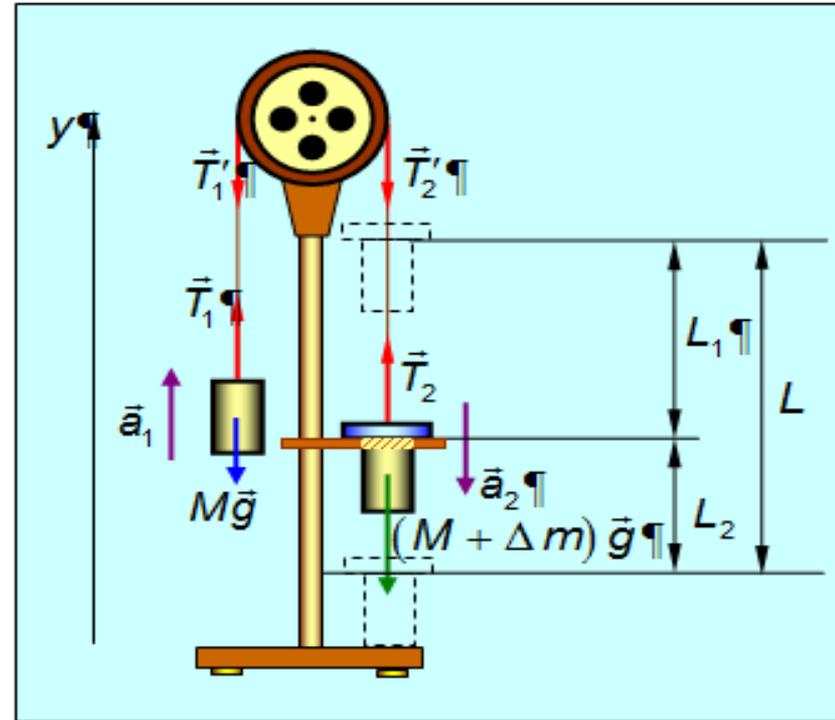


Рис. 1. Эскиз машины Атвуда

Второй закон Ньютона для груза с перегрузком имеет вид

$$(M + \Delta m) \vec{g} + \vec{T}_2 = (M + \Delta m) \vec{a}_2 \quad (1)$$

а для другого груза (без перегрузка)

$$M \vec{g} + \vec{T}_1 = M \vec{a}_1 \quad (2)$$

Часть 1. Текст



Будем считать, что нить невесомая, нерастяжимая, не скользит по блоку, трения в оси блока нет. Из условия **невесомости нити** следует, что концы нити действуют на прикреплённые к ним тела с одинаковой силой, т. е.

$$T'_1 = T_1; \quad T'_2 = T_2 \quad (3)$$

Блок можно считать **невесомым**, поэтому силы натяжения нити на противоположных концах диаметра блока одинаковые:

$$T_1 = T_2 = T \quad (4)$$

Из условия **нерастяжимости нити** следуют равенства модулей перемещений, скоростей и ускорений грузов:

$$a_1 = a_2 = a \quad (5)$$

С учётом соотношений (3), (4) и (5) уравнения (1) и (2) можно объединить в систему:

$$\begin{cases} (M + \Delta m)g - T = (M + \Delta m)a \\ -Mg + T = Ma \end{cases} \quad (6)$$

Решая систему (6) относительно g , получим формулу для ускорения свободного падения:

$$g = \frac{a(2M + \Delta m)}{\Delta m} \quad (7)$$

Часть 1. Текст



Равноускоренное движение системы грузов вдоль вертикальной оси y описывается уравнениями движения произвольной точки системы. В частности, можно использовать зависимость проекции перемещения точки от начальной и конечной скорости и проекции перемещения:

$$\Delta r_y = \frac{v_y^2 - v_{0y}^2}{2a_y} \quad (8)$$

В (8) проекция начальной скорости v_{0y} равна нулю, так как движение начинается из состояния покоя.

Модуль перемещения системы грузов на вертикальную ось равен L_1 . Это равноускоренное движение под действием перегрузка массой Δm с ускорением, которое входит в формулу (7).

На заданной высоте перегрузок подхватывается столик, и дальше система грузов движется равномерно со скоростью v , перемещаясь на расстояние L_2 за время t , которое измеряется миллисекундомером.

Согласно формуле равномерного движения

$$v = \frac{L_2}{t} \quad (9)$$



При изменении L_2 изменяется время t , измеряемое секундомером, но ускорение a должно оставаться неизменным.

Объединяя формулы (8) и (9), а также учитывая, что $L_1 = L - L_2$, получим расчётную формулу для величины ускорения a грузов с перегрузком:

$$a = \frac{L_2^2}{2t^2(L - L_2)} \quad (10)$$

Для получения более точного значения ускорения свободного падения опыт нужно повторить многократно, отпуская груз с перегрузком с одной и той же высоты. При этом замеряются все значения времени, которые должны варьироваться около некоторого значения, которое можно условно принять за истинное время падения в данной серии опытов. Есть разные способы получить это истинное время, но самым простым и быстрым способом является расчёт среднего арифметического значения. Оно используется в расчёте ускорения грузов при движении с перегрузком и в вычислении ускорения свободного падения.

Часть 1. Задание 1



1

Установите соответствие между теоретическими утверждениями и следствиями из них. Для каждого элемента первого столбца укажите один элемент второго столбца.

Теоретическое утверждение	Следствие
А) нить нерастяжима Б) нить невесома В) блок невесом	1) сила натяжения одинаковая по обе стороны блока 2) концы нити движутся с одинаковым по модулю ускорением 3) концы нити действуют одинаковой силой на тела, прикреплённые к ним 4) блок неподвижен

Ответ:

А	Б	В
2	3	1

Часть 1. Задание 2, 3



2

Используя экспериментальные данные из таблицы ниже, вычислите ускорение груза. Истинное время падения найдите как среднее арифметическое, с точностью до третьего знака после запятой. Значение ускорения груза представьте в м/с^2 и округлите до десятых.

$M = 90 \text{ г}, m = 11 \text{ г}$	$L = 33 \text{ см}$	$L_2 = 25 \text{ см}$
№ опыта		Время t_i , с
1		0,729
2		0,728
3		0,720
4		0,718
5		0,733

Ответ: 0,7

3

Вычислите ускорение свободного падения, используя формулу (7). Массу груза примите равной 90 г, массу перегрузка – 8 г, ускорение груза – $0,55 \text{ м/с}^2$. Значение ускорения свободного падения представьте в м/с^2 и округлите до десятых.

Ответ: 12,9

Часть 2. Спецификация



№	Тип	Предмет	Проверяемые умения
4	КО	Математика, информатика	Решать задачи в целых числах, с использованием процентов, делимости чисел
5	КО	Математика, физика	Решать задачи, проводя операции над векторами
6	КО	Математика, физика	Решать системы уравнений / Анализировать функции
7	КО	Математика	Решать задачи на оптимизацию / экстремальную оценку функции
8	КО	Физика	Решать задачи по механике и законам сохранения
9	КО	Математика, информатика	Решать задачи на системы счисления, операции, перевод

*ВО – задание с выбором ответа,
КО – задание с кратким ответом.*

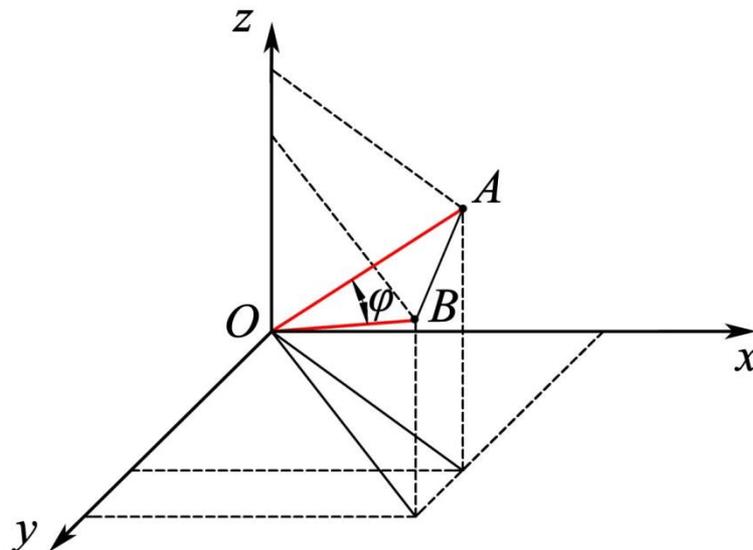
Часть 2. Задание 5



№	Тип	Предмет	Проверяемые умения
5	КО	Математика, физика	Решать задачи, проводя операции над векторами

При испытании опытной ракетной установки была принята следующая прямоугольная система координат: начало координат – в точке пуска, оси OX и OY параллельны поверхности земли, ось OZ – вертикально вверх. Через 1 секунду после старта расчётное положение ракеты – в точке $(5;3;4)$, а фактическое – $(5;4;3)$. Найдите косинус угла отклонения от расчётного. Ответ округлите до двух знаков после запятой.

Часть 2. Задание 5. Решение



$$\vec{a} \cdot \vec{b} = |\vec{a}| |\vec{b}| \cos(\varphi)$$

$$\cos(\varphi) = \frac{\vec{a} \cdot \vec{b}}{|\vec{a}| |\vec{b}|} = \frac{x_a x_b + y_a y_b + z_a z_b}{\sqrt{x_a^2 + y_a^2 + z_a^2} \cdot \sqrt{x_b^2 + y_b^2 + z_b^2}} = \frac{5 \cdot 5 + 3 \cdot 4 + 4 \cdot 3}{\sqrt{25 + 9 + 16} \cdot \sqrt{25 + 16 + 9}} = 0,98$$

Часть 2. Задание 6



№	Тип	Предмет	Проверяемые умения
6	КО	Математика, физика	Решать системы уравнений / Анализировать функции

При облучении некоторого металла светом с длиной волны λ максимальный импульс фотоэлектронов оказался равным p . При облучении этого же металла светом с длиной волны в 1,2 раз меньшей, максимальный импульс фотоэлектронов оказался в 2 раза больше. Найдите отношение красной границы фотоэффекта $\lambda_{\text{кр}}$ к длине волны λ . Ответ округлить до десятых.

Часть 2. Задание 6. Решение



Запишем уравнение Эйнштейна

$$\frac{hc}{\lambda} = \frac{hc}{\lambda_k} + \frac{mv_{\max}^2}{2} = \frac{hc}{\lambda_k} + \frac{P_{\max}^2}{2m} \quad (1)$$

$$\frac{1,2hc}{\lambda} = \frac{hc}{\lambda_k} + \frac{4P_{\max}^2}{2m} \quad (2)$$

Выразим кинетическую энергию из (1) и подставим в (2)

$$\frac{P_{\max}^2}{2m} = \frac{hc}{\lambda} - \frac{hc}{\lambda_k}$$

$$\frac{1,2hc}{\lambda} - \frac{hc}{\lambda_k} = \frac{4hc}{\lambda} - \frac{4hc}{\lambda_k}$$

$$1,2 - \frac{\lambda}{\lambda_k} = 4 - 4 \frac{\lambda}{\lambda_k}$$

$$3 \frac{\lambda}{\lambda_k} = 2,8 \Rightarrow \frac{\lambda_k}{\lambda} = \frac{3}{2,8} \approx 1,1$$

Часть 2. Задание 8



№	Тип	Предмет	Проверяемые умения
8	КО	Физика	Решать задачи по механике и законам сохранения

Малое тело скользит без трения по внутренней поверхности сферической чаши. Начальный радиус-вектор направлен горизонтально, начало координат расположено в геометрическом центре чаши. Максимальный вес малого тела равен 6 Н. Какова масса тела? Результат выразите в граммах в виде целого числа. Значение ускорение свободного падения примите равным 10 м/с^2 .

Часть 2. Задание 8. Решение



По определению, вес тела – это сила, с которой тело давит на опору. Будем рассматривать равную весу по модулю силу нормальной реакции опоры (по 3 закону Ньютона). По закону сохранения энергии получим, что

$$mgR = \frac{mV^2}{2}$$

В нижней точке траектории в проекции на вертикальную ось координат, направленную вверх, по 2 закону Ньютона получим:

$$N - mg = \frac{mV^2}{R}$$

Выразим числитель правой части этого уравнения из первого соотношения:

$$N - mg = \frac{2mgR}{R}$$

Окончательно получаем:

$$m = \frac{N}{3g} = 0,2 \text{ кг} = 200 \text{ г}$$

Часть 3. Спецификация



№	Тип	Предмет	Проверяемые умения
10	ВО	Черчение	Анализировать и выполнять задания на соответствие чертежей (проекции)
11	КО	Физика	Решать задачи на статику, гидростатику
12	КО	Физика	Решать задачи с проведением расчётов параметров кинематического устройства
13	КО	Математика	Проводить расчёт площади или объёма сложной фигуры
14	КО	Физика	Решать задачи на расчёт электрической схемы
15	КО	Информатика	Решать задачи на графы

Часть 3. Задание 11



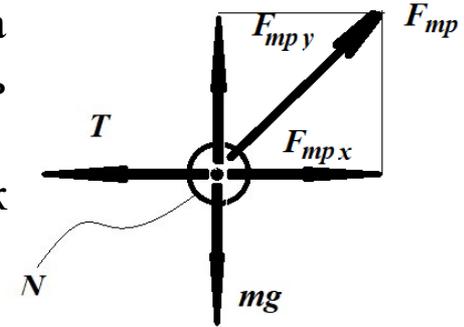
№	Тип	Предмет	Проверяемые умения
11	КО	Физика	Решать задачи на статику, гидростатику

Плоский брусок прижимают к вертикальной стене силой, вектор которой лежит в горизонтальной плоскости и направлен под углом 60° к стене. Коэффициент трения бруска о стену равен 0,7. Масса бруска 2 кг. Каков должен быть минимальный модуль силы, чтобы брусок находился в состоянии покоя? Результат выразите в ньютонах и округлите до целого числа. Значение ускорения свободного падения примите равным 10 м/с^2 .

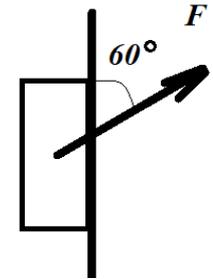
Часть 3. Задание 11. Решение



На верхнем рисунке справа показаны силы, действующие на брусок (кроме внешней силы F). Показан вид на брусок вдоль горизонтальной оси, перпендикулярной стене.



На нижнем рисунке справа показан брусок и приложенная к нему сила F (вид сверху, $\alpha = 60^\circ$).



Максимально возможное значение силы трения покоя равно

$$F_{\text{тр}} = \mu N = \mu F \sin(\alpha)$$

где N - нормальная реакция опоры. На рисунке она направлена перпендикулярно плоскости чертежа "на нас". Тангенциальная составляющая внешней силы T направлена горизонтально вдоль стены.

Представим силу трения как векторную сумму двух перпендикулярных составляющих $F_{\text{тр}x}$ и $F_{\text{тр}y}$. Брусок будет находиться в состоянии покоя, если будут выполнены условия

$$F_{\text{тр}x} = T = F \cos(\alpha), \quad F_{\text{тр}y} = mg$$

Учитывая сказанное, получаем уравнение относительно искомой силы:

$$\mu^2 F^2 (\sin \alpha)^2 = F^2 (\cos \alpha)^2 + (mg)^2$$

Окончательно

$$F = \frac{mg}{\sqrt{\mu^2 (\sin \alpha)^2 - (\cos \alpha)^2}} \approx 58 \text{ Н.}$$

Часть 3. Задание 12



№	Тип	Предмет	Проверяемые умения
12	КО	Физика	Решать задачи с проведением расчётов параметров кинематического устройства

Мальчик, играя с мячом массой 100 г, сообщил ему импульс 0,15 кг·м/с в горизонтальном направлении. Не потеряв скорости своего центра, мячик докатился до лестницы, идущей вниз с ступеньками высотой и шириной 20 см. Определить, о какую ступень впервые ударится мячик. Ускорение свободного падения принять за 10 м/с^2

Часть 3. Задание 12. Решение



Запишем уравнения движения мальчика

$$x = vt, \quad y = \frac{gt^2}{2}$$

или с учетом высоты и ширины ступенек

$$na = vt, \tag{1}$$

$$na = \frac{gt^2}{2}, \tag{2}$$

где a – ширина и высота ступеней, n – количество ступеней.

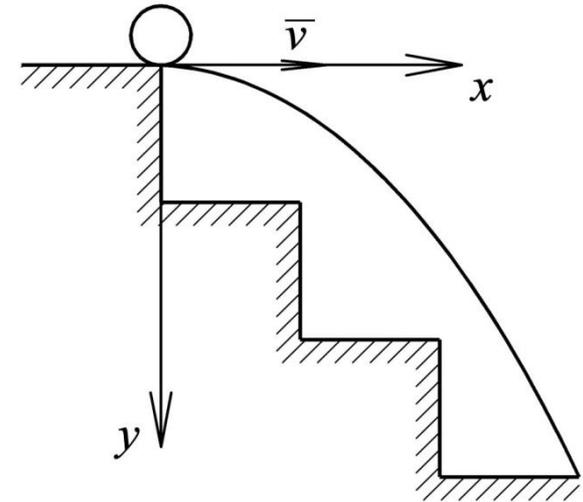
Тогда

$$vt = \frac{gt^2}{2} \Rightarrow t = \frac{2v}{g},$$

учтем, что $v = p/m$ и подставим время в уравнение (1)

$$n = \frac{2p^2}{agm^2} \approx 2,25$$

Мячик ударится впервые о третью ступеньку.

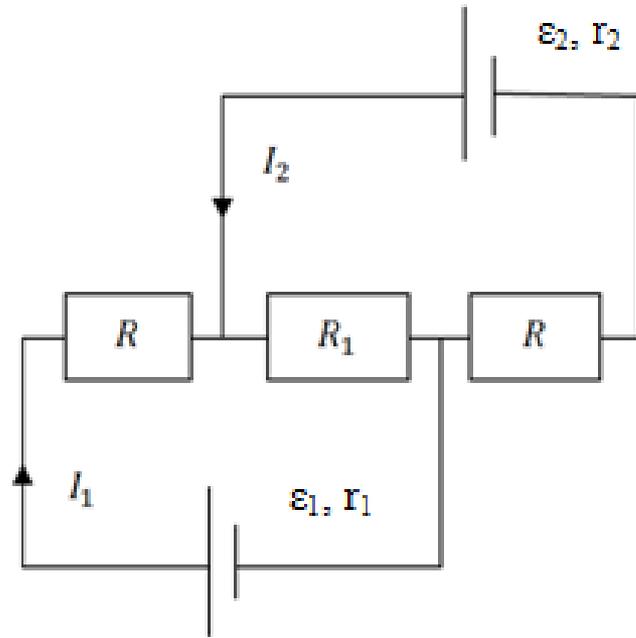


Часть 3. Задание 14



№	Тип	Предмет	Проверяемые умения
14	КО	Физика	Решать задачи на расчёт электрической схемы

В цепи, представленной на рисунке, $r_1 = 2 \text{ Ом}$, $R = 4 \text{ Ом}$, $\varepsilon_1/\varepsilon_2 = 3$. Найдите величину сопротивления R_1 , при котором $I_2 = 0$.



Часть 3. Задание 14. Решение



$$\varepsilon_2 = U_1$$

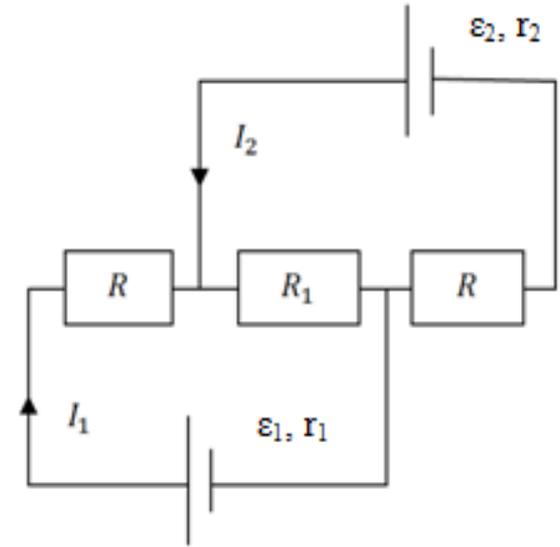
$$\left. \begin{array}{l} I_1 = \frac{\varepsilon_1}{R + R_1 + r_1} \\ I_1 R_1 = \varepsilon_2 \rightarrow I_1 = \frac{\varepsilon_2}{R_1} \end{array} \right\} \Rightarrow \frac{\varepsilon_2}{R_1} = \frac{\varepsilon_1}{R + R_1 + r_1}$$

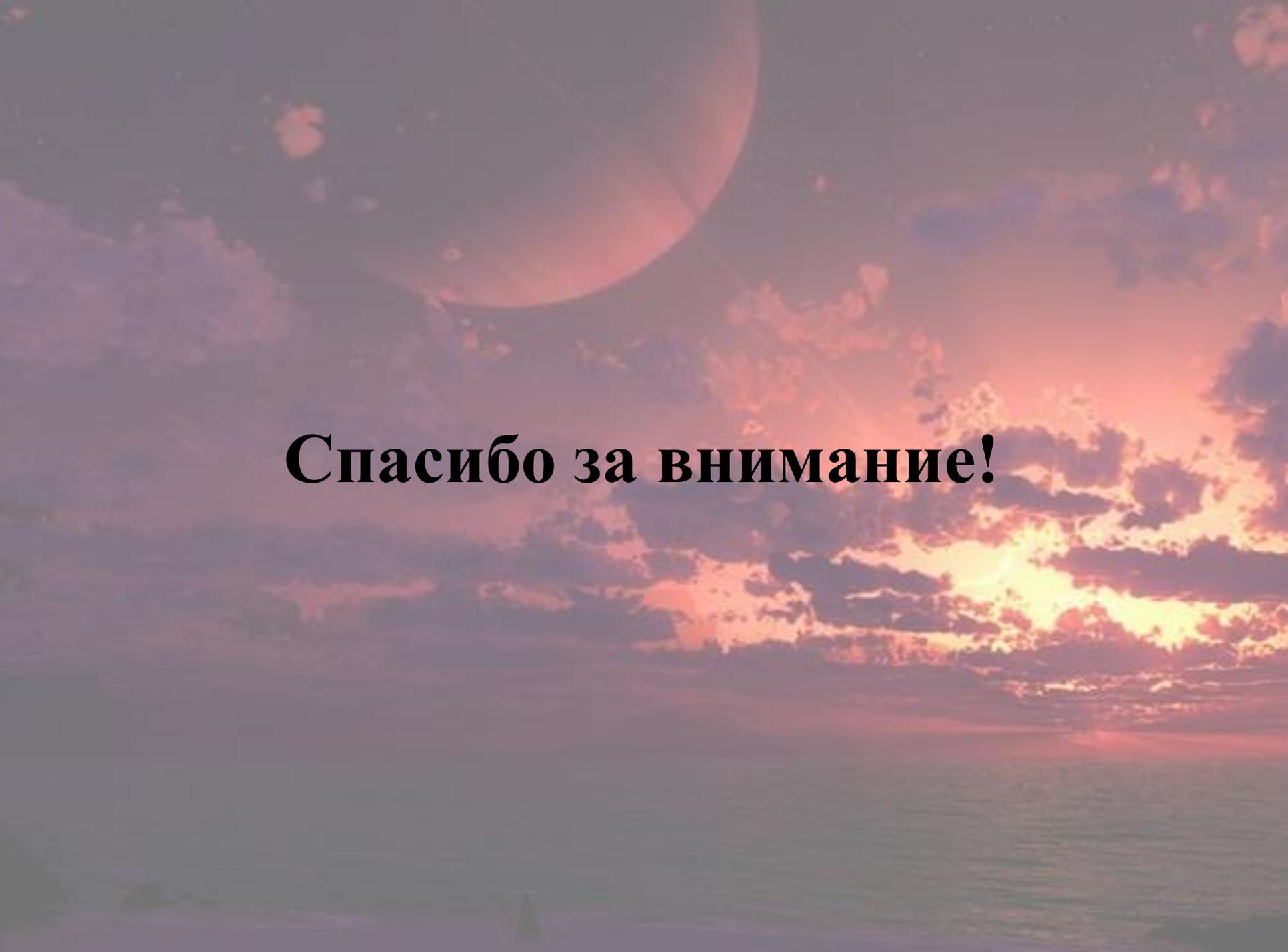
$$\varepsilon_2 R + \varepsilon_2 R_1 + \varepsilon_2 r_1 = \varepsilon_1 R_1$$

$$R_1 (\varepsilon_1 - \varepsilon_2) = \varepsilon_2 R + \varepsilon_2 r_1$$

$$R_1 \left(\frac{\varepsilon_1}{\varepsilon_2} - 1 \right) = R + r_1$$

$$R_1 = \frac{R + r_1}{\frac{\varepsilon_1}{\varepsilon_2} - 1} = \frac{4 + 2}{3 - 1} = 3 \text{ Ом}$$



A sunset over the ocean with a large, semi-transparent sphere in the sky. The sky is filled with colorful clouds in shades of orange, red, and purple. The sun is low on the horizon, creating a bright glow. The ocean is visible in the foreground, and a small sailboat is visible on the water. A large, semi-transparent sphere is positioned in the upper left quadrant of the image.

Спасибо за внимание!